

C17

輪軸の質量不釣り合いによる係数励振特性の解析

Analysis of Characteristics of Parametric Excitation of a Wheelset with Mass Imbalance

○正 安藝 雅彦^{*1}Masahiko AKI^{*1}^{*1} 日本大学理工学部 College of Science and Technology, Nihon University

This paper deals with a parametric excitation generated by a mass imbalance of a wheelset. It is reported that a periodic variation of a wheel load induces a parametric excitation and reduces a critical speed of a hunting motion. The purpose of this research is to investigate a possibility that the variation of the wheel load caused by the mass imbalance of the wheel causes the parametric excitation and to investigate the influence on the decrease of the critical speed of the hunting motion. Equations of motion of a single wheel bogie model with a mass imbalance were considered. Characteristic equations were derived from the equations of motion of the single wheel bogie. As a result of comparing the simulation results and the solutions of the characteristic equations, it was confirmed that a sub vibration component caused by the mass imbalance occurred in the hunting motion.

Key Words : Railway Vehicle, Parametric Excitation, Self-excited Vibration, Vibration Analysis, Mass Imbalance, Wheelset, Single Wheelset Bogie

1. 緒 言

台車の改良や車両の高速化により、車輪のアンバランスによる車体振動への影響は乗心地上の重要な問題となっている⁽¹⁾。車輪にアンバランスがあると、車輪が1回転ごとに輪軸が前後に微小に振動する。その前後振動が台車に伝わり、さらに車体を前後に振動させる。この前後振動と車体の曲げ固有振動数が一致すると共振を起こし、車体中央部が上下に大きく振動するびびり振動が発生する⁽²⁾。乗心地の低下を抑制するために車輪のアンバランス量は製造時に $250 \text{ g} \cdot \text{m}$ 以下になるように管理されており、新幹線車両においてはアンバランス量 $50 \text{ g} \cdot \text{m}$ 以下が適用されかつ輪軸に組み立てた後の合成アンバランス量の管理も実施されている⁽²⁾。このように車輪のアンバランス量が乗心地に影響を与えることから、乗心地を向上させるため、車輪のアンバランスによって発生する振動の解析が行われている⁽³⁾⁽⁷⁾。

一方、輪軸に作用する様々な周期的な変動によって輪軸の運動に係数励振特性が現れることが報告されている⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。文献(8)や(9)ではレールと車輪の形状、クリーブ係数、輪重の時間変動により輪軸に係数励振が発生することが理論的に考察されている。文献(10)では、輪重の周期変動により蛇行動発生速度が低下することが理論的に考察されており、蛇行動現象を自励振動型係数励振系として考えると従来の蛇行動発生速度よりも低速で蛇行動が発生することが述べられている。しかし、文献(10)では輪重変動によって蛇行動発生速度の低下が述べられているものの、実際の車両パラメータを用いた輪軸の質量不釣り合いによってこの係数励振項がどのくらい影響するのかという観点までは検討されていない。

本報では文献(10)を発展させ、輪軸の質量不釣り合いによって生ずる輪重変動によって蛇行動発生速度の低下の程度を評価することを目的とする。係数励振系は係数励振項によって角振動数成分は無数に派生してゆくことが知られている⁽¹¹⁾。そこで本報では係数励振項をオーダー評価し、1次の派生成分のみを考慮することにした。係数励振系の解を仮定し、係数励振系の特性方程式を求めることで理論的に根軌跡を求めた。まず、自励振動型係数励振系である輪重変動を含む1軸台車モデルのシミュレーションを実施し、蛇行動振幅を求め、そのシミュレーション結果をFFT解析することで、この振動には通常の1軸台車モデルでは生じない高次の蛇行動周波数成分が含まれることを確認した。その周波数を特性方程式の解より得られた解析結果と比較する。また、特性方程式

の解をプロットし根軌跡から蛇行動限界速度への影響を検討する.

2. 1 軸台車モデル

通常の蛇行動解析のための2自由度1軸台車モデル⁽¹⁾として,

$$m\ddot{y} + \frac{2f_{22}}{v}\dot{y} + \left(\frac{2Q\gamma}{a} + 2k_y\right)y - 2f_{22}\psi = 0 \quad (1)$$

$$I_z\ddot{\psi} + \frac{2a^2f_{11}}{v}\dot{\psi} + \frac{2f_{11}a\gamma}{r}y + 2k_xL^2\psi = 0 \quad (2)$$

が用いられている (図1). ここで, y は輪軸の横変位, ψ は輪軸のヨー角, m は輪軸の質量, I_z は z 軸に関する慣性モーメント, f_{11} と f_{22} は Kalker のクリープ係数, k_x と k_y はそれぞれ進行方向および横方向の軸箱支持ばねのばね定数, $2a$ は平衡位置における左右車輪接触点間隔, $2L$ は支持ばね左右取り付け間隔, Q は輪重, γ は車輪の踏面勾配である.

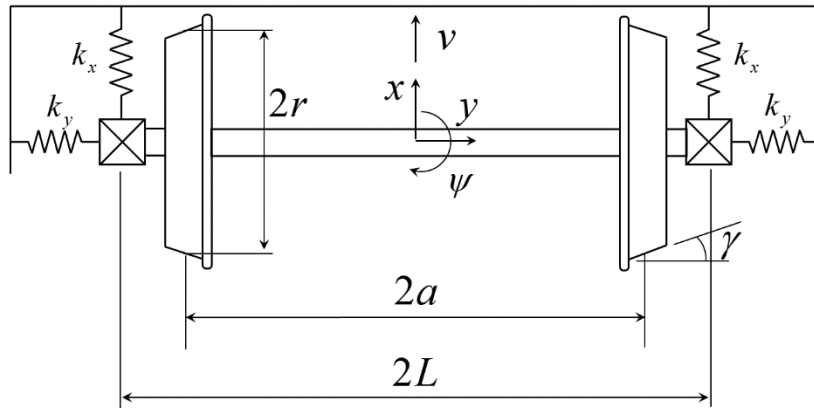


Fig.1 Single wheel bogie model

この運動方程式の解を

$$y = A_y e^{\lambda t} \quad (3)$$

$$\psi = A_\psi e^{\lambda t} \quad (4)$$

と仮定し, これらの運動方程式に代入すると, 次の特性方程式を得る.

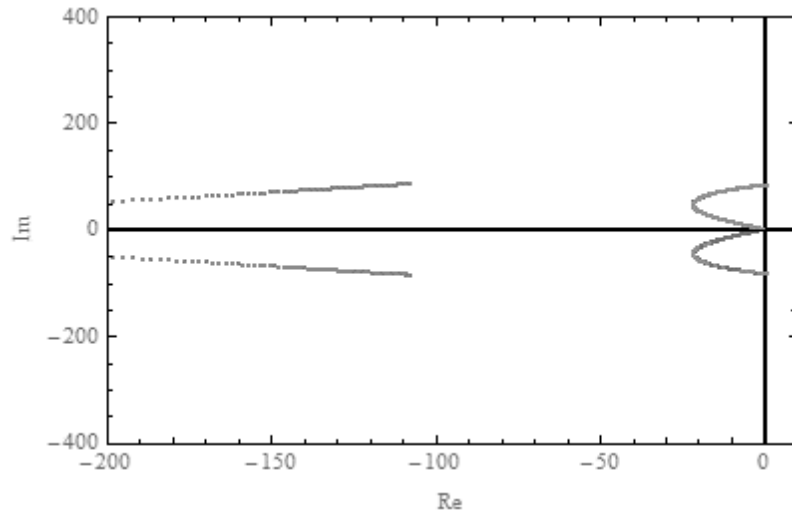
$$mI_z\lambda^4 + \left(\frac{2f_{11}ma^2}{v} + \frac{2f_{22}I_z}{v}\right)\lambda^3 + \left(2I_zk_y + 2k_xmL^2 + \frac{4a^2f_{11}f_{22}}{v^2} + \frac{2I_zQ\gamma}{a}\right)\lambda^2 + \left(\frac{4a^2f_{11}k_y}{v} + \frac{4L^2f_{22}k_x}{v} + \frac{4af_{11}Q\gamma}{v}\right)\lambda + 4k_xk_yL^2 + \frac{4k_xL^2Q\gamma}{a} + \frac{4af_{11}f_{22}\gamma}{r} = 0 \quad (5)$$

ここで, 各パラメータの値として

$$m = 1612\text{kg}, I_z = 881\text{kgm}^2, r = 0.46\text{m}, \gamma = 0.13,$$

$$2a = 1.435\text{m}, 2L = 2.0\text{m}, k_x = k_y = 4.0\text{MN/m}, f_{11} = 13.7\text{MN}, f_{22} = 11.1\text{MN}$$

を用い, $v = 1 \sim 140\text{m/s}$ の範囲で特性方程式の根をプロットしたものが図2である. このパラメータにおいて, $v = 135.48\text{m/s}$ で根が不安定化し, 蛇行動が発生することがわかる.

Fig.2 Roots locus of the single wheel bogie model ($me = 250$ gm)

3. 輪軸の質量不釣合いに伴う輪重変動を考慮した1軸台車モデル

前節の1軸台車モデルに質量不釣合いによる輪重の周期変動を追加する. 文献(10)において, 輪重に周期的な変動がある場合が検討されており, 輪重に変動がある場合には Kalker のクリープ係数も輪重の2/3乗に比例することが述べられている. これらを踏まえて, 輪重変動が輪軸の質量アンバランスによるものとして運動方程式を考慮すると以下ようになる.

$$m\ddot{y} + \frac{2f_{22}(t)}{v}\dot{y} + \left(\frac{2Q(t)\gamma}{a} + 2k_y\right)y - 2f_{22}(t)\psi = 0 \quad (6)$$

$$I_z\ddot{\psi} + \frac{2a^2f_{11}(t)}{v}\dot{\psi} + \frac{2f_{11}(t)a\gamma}{r}y + 2k_xL^2\psi = 0 \quad (7)$$

ここで,

$$Q(t) = \bar{Q} + me\Omega^2 \cos\Omega t = \bar{Q} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right) \quad (8)$$

$$f_{ii}(t) = \bar{f}_{ii} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right)^{2/3}, \quad (i=1,2) \quad (9)$$

である. なお, 輪軸の角速度 Ω は車速 v と平衡位置におけるレールとの接触点の半径 r によって

$$\Omega = \frac{v}{r} \quad (10)$$

と表される.

式(8)と式(9)を考慮すると運動方程式(6)と(7)は

$$m\ddot{y} + \frac{2\bar{f}_{22}}{v} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right)^{2/3} \dot{y} + \left(\frac{2(\bar{Q} + me\Omega^2 \cos\Omega t)\gamma}{a} + 2k_y\right)y - 2\bar{f}_{22} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right)^{2/3} \psi = 0 \quad (11)$$

$$I_z\ddot{\psi} + \frac{2a^2\bar{f}_{11}}{v} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right)^{2/3} \dot{\psi} + \frac{2\bar{f}_{11}a\gamma}{r} \left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos\Omega t\right)^{2/3} y + 2k_xL^2\psi = 0 \quad (12)$$

となる. ここで,

$$\left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)^{2/3} \quad (13)$$

の項がこのままでは三角関数の加法定理が使用できないため、簡略化するために、

$$\left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)^{2/3} = 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right) - \frac{1}{9} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)^2 + \frac{4}{81} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)^3 - \dots \quad (14)$$

とテイラー展開する。さらに、 $v = \Omega/r = 140 \text{ m/s}$ のとき、 $me\Omega^2/\bar{Q} \cong 0.41$ の値となることを踏まえ、

$$\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} < 1 \quad (15)$$

と仮定して、テイラー展開の第2項までで近似して

$$\left(1 + \frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)^{2/3} \cong 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right) \quad (16)$$

とする。

したがって、

$$m\ddot{y} + \frac{1}{v} \left(2\bar{f}_{22} + \frac{4\bar{f}_{22}}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)\right) \dot{y} + \left(\frac{2(\bar{Q} + me\Omega^2 \cos \Omega t)}{a} \gamma + 2k_y\right) y - \left(2\bar{f}_{22} + \frac{4\bar{f}_{22}}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)\right) \psi = 0 \quad (17)$$

$$I_z \ddot{\psi} + \frac{1}{v} \left(2a^2 \bar{f}_{11} + \frac{4a^2 \bar{f}_{11}}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)\right) \dot{\psi} + \frac{1}{r} \left(2\bar{f}_{11} + \frac{4\bar{f}_{11}}{3} \left(\frac{me\Omega^2}{\bar{Q}} \cos \Omega t\right)\right) a \gamma y + 2k_x L^2 \psi = 0 \quad (18)$$

となる。

以降では運動方程式の無次元化を考える。ある代表ばね定数 k_y のときの固有角振動数を

$$p_y = \sqrt{\frac{2k_y}{m}} \quad (19)$$

$$p_\psi = \sqrt{\frac{2k_x L^2}{I_z}} \quad (20)$$

とする。また、ある代表長さ a を用いて、無次元量

$$\hat{y} = \frac{y}{a}, \hat{t} = p_y t, \hat{\omega} = \frac{\omega}{p_y}, \hat{\Omega} = \frac{\Omega}{p_y}, \hat{v} = \frac{v}{ap_y}, \hat{\lambda} = \frac{\lambda}{p_y} \quad (21)$$

$$\rightarrow y = a\hat{y}, t = \frac{\hat{t}}{p_y}, \omega = p_y \hat{\omega}, \Omega = p_y \hat{\Omega}, v = ap_y \hat{v}, \lambda = p_y \hat{\lambda}$$

を定義する。時間微分に関する項の無次元化は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\hat{t}} &= \frac{1}{p_y} \frac{d}{dt} \\ \frac{d^2}{d\hat{t}^2} &= \frac{1}{p_y^2} \frac{d^2}{dt^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{d}{d\hat{t}} &= p_y \frac{d}{d\hat{t}} \\ \frac{d^2}{d\hat{t}^2} &= p_y^2 \frac{d^2}{d\hat{t}^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

となる。

したがって、無次元化運動方程式は

$$\frac{d^2\hat{y}}{d\hat{t}^2} + \left(\frac{\bar{f}_{22}}{k_y a} \frac{1}{\hat{v}} + \frac{4\bar{f}_{22}}{3Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \frac{d\hat{y}}{d\hat{t}} + \left(1 + \frac{\bar{Q}}{k_y a} + \frac{2\hat{e}\hat{\gamma}}{\hat{r}^2} \hat{v}^2 \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{y} - \left(\frac{\bar{f}_{22}}{k_y a} + \frac{4\bar{f}_{22}}{3Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v}^2 \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{\psi} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{d^2\hat{\psi}}{d\hat{t}^2} + \left(\frac{am\bar{f}_{11}}{I_z k_y} \frac{1}{\hat{v}} + \frac{4\bar{f}_{11}ma^2}{3I_z Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \frac{d\hat{\psi}}{d\hat{t}} + \left(\frac{\bar{f}_{11}ma}{I_z k_y} \frac{\hat{\gamma}}{\hat{r}} + \frac{4\bar{f}_{11}ma^2}{3I_z Q} \frac{\hat{\gamma}\hat{e}}{\hat{r}^3} \hat{v}^2 \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{\psi} + \frac{mL^2}{I_z} \hat{\psi} = 0 \quad (24)$$

となる。無次元パラメータを整理してまとめると

$$\frac{d^2\hat{y}}{d\hat{t}^2} + \left(\hat{c}_{11} + \hat{c}_{12} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \frac{d\hat{y}}{d\hat{t}} + \left(1 + \hat{k}_{11} + \hat{k}_{12} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{y} - \left(\hat{k}_{13} + \hat{k}_{14} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{\psi} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{d^2\hat{\psi}}{d\hat{t}^2} + \left(\hat{c}_{21} + \hat{c}_{22} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \frac{d\hat{\psi}}{d\hat{t}} + \left(\hat{k}_{21} + \hat{k}_{22} \cos \frac{\hat{v}}{\hat{r}} \hat{t} \right) \hat{\psi} + \hat{k}_{23} \hat{\psi} = 0 \quad (26)$$

と書くことができる。ここで、無次元係数は

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{\bar{f}_{22}}{k_y a} \frac{1}{\hat{v}}, \quad \hat{c}_{12} = \frac{4\bar{f}_{22}}{3Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v}, \quad \hat{k}_{11} = \frac{\bar{Q}}{k_y a}, \quad \hat{k}_{12} = \frac{2\hat{e}\hat{\gamma}}{\hat{r}^2} \hat{v}^2, \quad \hat{k}_{13} = \frac{\bar{f}_{22}}{k_y a}, \quad \hat{k}_{14} = \frac{4\bar{f}_{22}}{3Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v}^2, \\ \hat{c}_{21} &= \frac{am\bar{f}_{11}}{I_z k_y} \frac{1}{\hat{v}}, \quad \hat{c}_{22} = \frac{4\bar{f}_{11}ma^2}{3I_z Q} \frac{\hat{e}}{\hat{r}^2} \hat{v}, \\ \hat{k}_{21} &= \frac{\bar{f}_{11}ma}{I_z k_y} \frac{\hat{\gamma}}{\hat{r}}, \quad \hat{k}_{22} = \frac{4\bar{f}_{11}ma^2}{3I_z Q} \frac{\hat{\gamma}\hat{e}}{\hat{r}^3} \hat{v}^2, \quad \hat{k}_{23} = \frac{mL^2}{I_z} \end{aligned} \quad (27)$$

とおいた。以降では、簡単のため無次元量を、ハットを省略して表記する。

4. 輪軸の質量不釣合いに伴う輪重変動を考慮した1輪軸台車モデルのシミュレーション

輪重変動を考慮した運動方程式(6), (7)を走行速度 $v = 138 \text{ m/s}$ で初期値としてごく微小な変位を与えた時の横変位とヨー角の時刻歴応答を図3に示す。この結果を見ると、単一の周波数での自励振動ではなく複数の周波数が混在している。

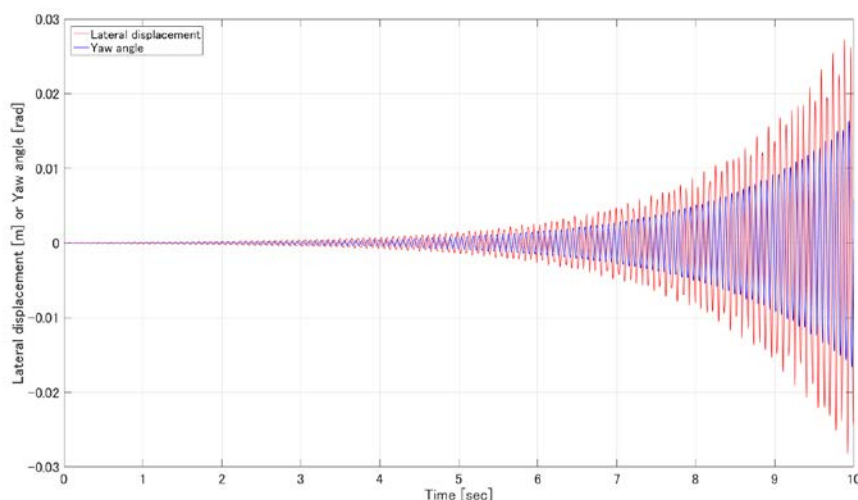


Fig.3 Simulation results of the single axle bogie

そこで、図3の横変位の時刻歴データをFFT解析したものを図4に示す。

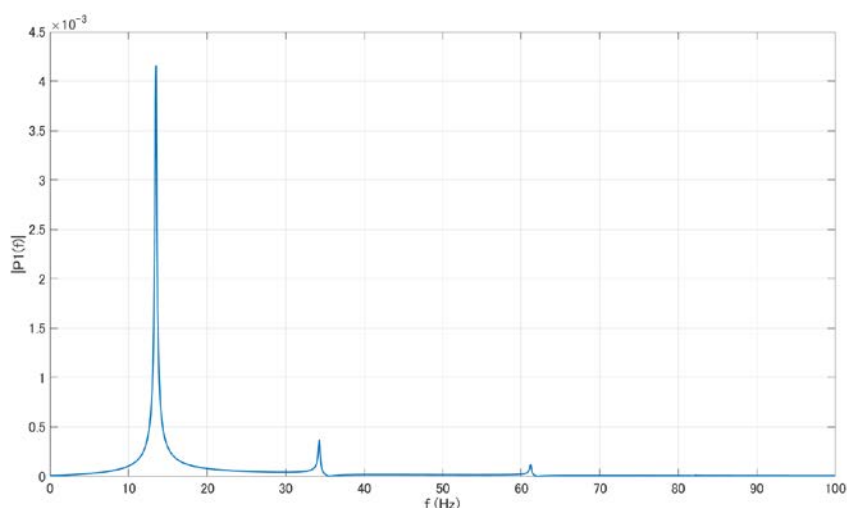


Fig.4 Result of FFT analysis of the lateral displacement

この結果より、13.5Hz, 34.3Hz, 61.2Hz, 82.1Hzに振動成分が存在し、高周波の振動成分になるほどスペクトルの大きさが小さくなっていることがわかる。ここで、13.5Hzは蛇行動本来の振動成分である。

5. 輪軸の質量不釣合いに伴う輪重変動を考慮した1輪軸台車モデルの理論解析

運動方程式に解を仮定して代入することで理論解析を行う。例えば解を $y = A_y e^{\lambda t}$ と仮定すると、係数励振項は $\cos \Omega t \cdot A_y \lambda e^{\lambda t} = (1/2)(e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) \cdot A_y \lambda e^{\lambda t} = A_y \lambda (e^{(\lambda+i\Omega)t} + e^{(\lambda-i\Omega)t})/2$ となる。 $e^{\lambda t}$ 成分に対して、係数励振項で $e^{(\lambda+i\Omega)t}$ と $e^{(\lambda-i\Omega)t}$ の派生周波数が出てくる。これらの派生成分はさらに別の振動数を派生する。さらに、この派生成分は $(1 + (m\Omega^2/Q)\cos \Omega t)^{2/3}$ のテイラー近似の次数によっても異なるが、今は1次近似のみで考えることにする。

ここでは、解を $O(\varepsilon)$ 精度で

$$y = A_y e^{\lambda t} + \varepsilon B_{y1} e^{(\lambda+i\Omega)t} + \varepsilon B_{y2} e^{(\lambda-i\Omega)t} \quad (28)$$

$$\psi = A_\psi e^{\lambda t} + \varepsilon B_{\psi1} e^{(\lambda+i\Omega)t} + \varepsilon B_{\psi2} e^{(\lambda-i\Omega)t} \quad (29)$$

と仮定してみる．これら仮定した解を運動方程式に代入し，角振動数の係数を比較すると

$$e^{\lambda t} \left[A_y (1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2) - A_\psi k_{13} + \frac{1}{2} \varepsilon \{ -(B_{\psi1}+B_{\psi2})k_{14} + B_{y1}(k_{12}+c_{12}(\lambda+i\Omega)) + B_{y2}(k_{12}+c_{12}(\lambda-i\Omega)) \} \right] = 0 \quad (30)$$

$$e^{(\lambda+i\Omega)t} \left[-\frac{1}{2} A_\psi k_{14} + \frac{1}{2} A_y (k_{12}+c_{11}\lambda) + \varepsilon \{ -B_{\psi1}k_{13} + B_{y1}(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2+ic_{11}\Omega+2i\lambda\Omega-\Omega^2) \} \right] = 0 \quad (31)$$

$$e^{(\lambda-i\Omega)t} \left[-\frac{1}{2} A_\psi k_{14} + \frac{1}{2} A_y (k_{12}+c_{11}\lambda) + \varepsilon \{ -B_{\psi2}k_{13} + B_{y2}(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2-ic_{11}\Omega-2i\lambda\Omega-\Omega^2) \} \right] = 0 \quad (32)$$

$$e^{(\lambda+2i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \{ -B_{\psi1}k_{14} + B_{y1}(k_{12}+c_{12}(\lambda+i\Omega)) \} \right] = 0 \quad (33)$$

$$e^{(\lambda-2i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \{ -B_{\psi2}k_{14} + B_{y2}(k_{12}+c_{12}(\lambda-i\Omega)) \} \right] = 0 \quad (34)$$

$$e^{\lambda t} \left[A_y k_{21} + A_\psi (k_{23} + \lambda(c_{21} + \lambda)) + \frac{1}{2} \varepsilon \{ B_{y1}k_{22} + B_{y2}k_{22} + c_{22}(B_{\psi1}\lambda + B_{\psi2}\lambda + iB_{\psi1}\Omega - iB_{\psi2}\Omega) \} \right] = 0 \quad (35)$$

$$e^{(\lambda+i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} A_y k_{22} + \frac{1}{2} A_\psi c_{22}\lambda + \varepsilon \{ B_{y1}k_{21} + B_{\psi1}k_{23} + B_{\psi1}c_{21}\lambda + B_{\psi1}\lambda^2 + iB_{\psi1}c_{21}\Omega + 2iB_{\psi1}\lambda\Omega - B_{\psi1}\Omega^2 \} \right] = 0 \quad (36)$$

$$e^{(\lambda-i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} A_y k_{22} + \frac{1}{2} A_\psi c_{22}\lambda + \varepsilon \{ B_{y2}k_{21} + B_{\psi2}k_{23} + B_{\psi2}c_{21}\lambda + B_{\psi2}\lambda^2 + iB_{\psi2}c_{21}\Omega - 2iB_{\psi2}\lambda\Omega - B_{\psi2}\Omega^2 \} \right] = 0 \quad (37)$$

$$e^{(\lambda+2i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \{ B_{y1}k_{22} + B_{\psi1}c_{22}(\lambda+i\Omega) \} \right] = 0 \quad (38)$$

$$e^{(\lambda-2i\Omega)t} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \{ B_{y2}k_{22} + B_{\psi2}c_{22}(\lambda-i\Omega) \} \right] = 0 \quad (39)$$

を得る． $e^{\lambda t}$ ， $e^{(\lambda+i\Omega)t}$ ， $e^{(\lambda-i\Omega)t}$ の振動数成分を考慮し，整理すると

$$\begin{bmatrix} 1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2 & \frac{1}{2}\varepsilon(k_{12}+c_{12}(\lambda+i\Omega)) & \frac{1}{2}\varepsilon(k_{12}+c_{12}(\lambda-i\Omega)) & -k_{13} & -\frac{1}{2}\varepsilon k_{14} & -\frac{1}{2}\varepsilon k_{14} \\ \frac{1}{2}(k_{12}+c_{11}\lambda) & \varepsilon(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2+ic_{11}\Omega+2i\lambda\Omega-\Omega^2) & 0 & -\frac{1}{2}k_{14} & -\varepsilon k_{13} & 0 \\ \frac{1}{2}(k_{12}+c_{11}\lambda) & 0 & \varepsilon(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2-ic_{11}\Omega-2i\lambda\Omega-\Omega^2) & -\frac{1}{2}k_{14} & 0 & -\varepsilon k_{13} \\ k_{21} & \frac{1}{2}\varepsilon k_{22} & \frac{1}{2}\varepsilon k_{22} & (k_{23}+\lambda(c_{21}+\lambda)) & \varepsilon\left(\frac{1}{2}c_{22}\lambda+i\frac{1}{2}c_{22}\Omega\right) & \varepsilon\left(\frac{1}{2}c_{22}\lambda-i\frac{1}{2}c_{22}\Omega\right) \\ \frac{1}{2}k_{22} & \varepsilon k_{21} & 0 & \frac{1}{2}c_{22}\lambda & \varepsilon(k_{23}+c_{21}\lambda+\lambda^2+ic_{21}\Omega+2i\lambda\Omega-\Omega^2) & 0 \\ \frac{1}{2}k_{22} & 0 & \varepsilon k_{21} & \frac{1}{2}c_{22}\lambda & 0 & \varepsilon(k_{23}+c_{21}\lambda+\lambda^2-ic_{21}\Omega-2i\lambda\Omega-\Omega^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_y \\ B_{y1} \\ B_{y2} \\ A_\psi \\ B_{\psi1} \\ B_{\psi2} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (40)$$

を得る．振幅が自明解以外の値を持つためには，係数行列の行列式が 0 とならねばならない．したがって，行列式

$$\begin{vmatrix} 1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2 & \frac{1}{2}\varepsilon(k_{12}+c_{12}(\lambda+i\Omega)) & \frac{1}{2}\varepsilon(k_{12}+c_{12}(\lambda-i\Omega)) & -k_{13} & -\frac{1}{2}\varepsilon k_{14} & -\frac{1}{2}\varepsilon k_{14} \\ \frac{1}{2}(k_{12}+c_{11}\lambda) & \varepsilon(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2+i c_{11}\Omega+2i\lambda\Omega-\Omega^2) & 0 & -\frac{1}{2}k_{14} & -\varepsilon k_{13} & 0 \\ \frac{1}{2}(k_{12}+c_{11}\lambda) & 0 & \varepsilon(1+k_{11}+c_{11}\lambda+\lambda^2-i c_{11}\Omega-2i\lambda\Omega-\Omega^2) & -\frac{1}{2}k_{14} & 0 & -\varepsilon k_{13} \\ k_{21} & \frac{1}{2}\varepsilon k_{22} & \frac{1}{2}\varepsilon k_{22} & (k_{23}+\lambda(c_{21}+\lambda)) & \varepsilon\left(\frac{1}{2}c_{22}\lambda+i\frac{1}{2}c_{22}\Omega\right) & \varepsilon\left(\frac{1}{2}c_{22}\lambda-i\frac{1}{2}c_{22}\Omega\right) \\ \frac{1}{2}k_{22} & \varepsilon k_{21} & 0 & \frac{1}{2}c_{22}\lambda & \varepsilon(k_{23}+c_{21}\lambda+\lambda^2+i c_{21}\Omega+2i\lambda\Omega-\Omega^2) & 0 \\ \frac{1}{2}k_{22} & 0 & \varepsilon k_{21} & \frac{1}{2}c_{22}\lambda & 0 & \varepsilon(k_{23}+c_{21}\lambda+\lambda^2+i c_{21}\Omega-2i\lambda\Omega-\Omega^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (41)$$

を解くと，この系の固有値が得られる．ここで，各パラメータの値として

$$m = 1612\text{kg}, I_z = 881\text{kgm}^2, r = 0.46\text{m}, \gamma = 0.13,$$

$$2a = 1.435\text{m}, 2L = 2.0\text{m}, k_x = k_y = 4.0\text{MN/m}, f_{11} = 13.7\text{MN}, f_{22} = 11.1\text{MN}$$

を用い， $v = 1 \sim 140\text{m/s}$ の範囲で特性方程式の根をプロットしたものが図 5 である． $v = 135.44\text{m/s}$ のとき根が ($\lambda - i\Omega$ に対応する成分で) 不安定化している．図 2 では $v = 135.48\text{m/s}$ で根が (λ に対応する成分で) 不安定化したことを考慮すると，アンバランス限界以内の質量不釣り合いでは係数励振特性が蛇行動限界速度の低下に与える影響は小さいことがわかる．

なお，図 4 の FFT 解析結果で 13.5Hz, 34.3Hz, 61.2Hz, 82.1Hz の振動成分が存在したが，複素平面上的虚軸の値をとると λ に対応する成分が 13.2Hz, $\lambda - i\Omega$ に対応する成分が 33.7Hz, $\lambda + i\Omega$ に対応する成分が 60.1Hz である．

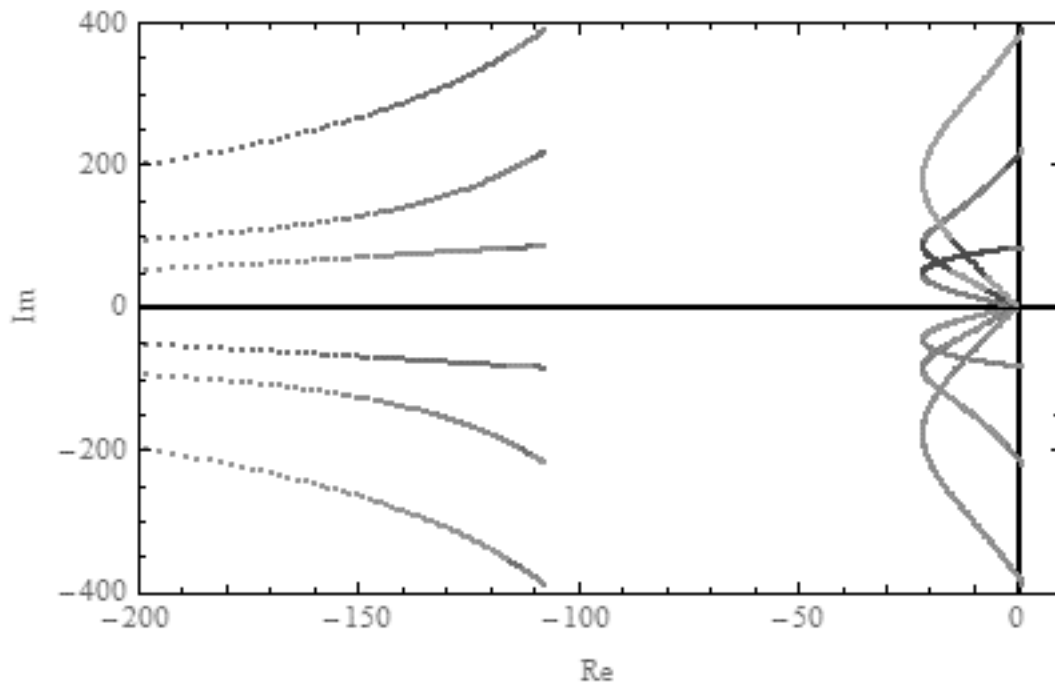


Fig.5 Roots locus of the single wheel bogie model with mass imbalance ($me = 250\text{ gm}$)

7. 結 語

本報では，輪軸の質量不釣り合いによって生ずる輪重変動によって蛇行動発生速度の低下の程度を評価した．まず，自励振動型係数励振系である輪重変動を含む 1 軸台車モデルの運動方程式を構築した．その運動方程式の係数励振項をオーダー評価し，1 次の派生成分のみを考慮した．その後，係数励振系の解を仮定し，係数励振系の特性方程式を求めることで理論的に根軌跡を求めた．運動方程式のシミュレーションを実施し，

蛇行動振幅を求め、そのシミュレーション結果をFFT解析することで、この振動には通常の1軸台車モデルでは生じない高次の蛇行動周波数成分が含まれることを確認した。その周波数を特性方程式の解より得られた解析結果と比較するとよく一致しており、輪重変動によって発生する蛇行動振動成分であることが確認された。また、特性方程式の解をプロットし根軌跡を描き、輪軸の質量不釣合いによって発生する輪重変動による不安定根は通常の蛇行動の根と非常に近い速度であり、輪軸の質量不釣合いが $250\text{ g}\cdot\text{m}$ 以下であれば蛇行動限界速度の低下を招くことはないことが確認された。

謝 辞

本研究はJKAオートレースの補助(28-154)を受けて実施しました。

文 献

- (1) 日本機械学会, “鉄道車両のダイナミクス 最新の台車テクノロジー”, 電気車研究会 (1994)
- (2) 高速車両用輪軸研究委員会, “鉄道輪軸”, 丸善プラネット (2008)
- (3) 松井信夫, “輪軸の質量不釣合いによる車両振動の理論解析”, 東急車輛技報, Vol.36, No.9 (1983), pp.2-12.
- (4) 山本巖, 二本柳忠, 児玉邦彦, “鉄道車両における輪軸の質量不釣合いによる乗心地の阻害について”, 東急車輛技報, Vol.36, No.9 (1983), pp.13-25.
- (5) 木村悟, 小柳志郎, “輪軸の静および動不釣合いが輪軸振動に与える影響”, 日本機械学会第9回交通・物流部門大会講演論文集, (2000) pp.191-192.
- (6) 佐々木浩一, “輪軸不平衡による車体弾性振動のビート現象について”, 日本機械学会第18回交通・物流部門大会講演論文集, (2009) pp.135-136.
- (7) Bogacz, R. and Kurnik, W., “On some rotor-dynamical phenomena of high-speed trains”, Archive of Applied Mechanics, Vol.85, No.9 (2015), pp.1343-1352.
- (8) Lieh, J. and Haque, I., “Parametrically Excited Behavior of a Railway Wheelset”, Transactions of ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.110, No.1 (1988), pp.8-17.
- (9) Popp, K., “Parametric Excitation of a Wheelset”, ZAMM Z. angew. Math. Mech., Vol.77, Issue. S1 (1997) pp.269-170.
- (10) Szabó, Z. and Lóránt, G., “Parametric Excitation of a Single Railway Wheelset”, Vehicle System Dynamics, Vol.33 (2000), pp.49-55.
- (11) 石田幸男, 井上剛志, “機械振動工学”, 培風館 (2008)